

숙제 1

Byungjoon Min, Statistical Mechanics
(due date: October 4, 2019)

1 [Two-level systems] 문제 18.1

상태 1, 2의 에너지를 ϵ_1, ϵ_2 라고 하자. 에너지의 평균값 $\langle \epsilon \rangle = \rho_1 \epsilon_1 + \rho_2 \epsilon_2$ 로 주어졌다.

- 이 때 엔트로피 $S = -k \sum_i \rho_i \log \rho_i$ 를 최대로 하는 확률 ρ_1, ρ_2 를 구하시오.
- 구해진 확률 ρ_1, ρ_2 을 이용하여 $\langle \epsilon \rangle$ 을 구하시오.

2 [Two-level systems] 문제 18.2

에너지가 각각 $\epsilon_1 = -\epsilon_0/2, \epsilon_2 = +\epsilon_0/2$ 인 이준위계(two-level system)이 있다.

- 볼츠만 인자 $e^{-\beta \epsilon_j}$ 를 규격화하여 확률 $\rho_j = e^{-\beta \epsilon_j} / Z$ 를 구하시오.
- N 개로 이루어진 이준위계에 대한 내부에너지 $U = N \langle \epsilon \rangle$ 와 열용량 $C = \partial U / \partial T$ 를 구하시오.

3 문제 19.2

균일한 중력장 안에 수직으로 서 있는 무한히 길고 단면적이 A 인 실린더가 있다. 이 실린더 안에 고전적인 단원자 이상기체 N 개가 있다. 이는 행성대기의 모형인데 여기서 실린더는 행성을 둘러싼 대기의 효과를 나타낸다. 이 모형의 해밀토니안은

$$H_N = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + mgz_i \right) \quad (1)$$

이다. 여기에서 m 은 원자의 질량, g 는 중력가속도, 그리고 행성의 표면에서 $z = 0$ 이다. 이 모형을 이용해서 기체의 내부에너지와 열용량을 구하시오.

4 Lennard-Jones Potential

레너드-존스 퍼텐셜은 중성 원자들 사이에 퍼텐셜을 묘사하는 근사로 다음처럼 주어진다.

$$\phi(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]. \quad (2)$$

여기에서 r 은 두 원자 사이에 거리이다.

- 레너드-존스 퍼텐셜의 두개의 항은 각각 원자 사이에 척력과 인력을 나타낸다. 원자 사이에 척력과 인력의 원인이 무엇인지 추측하시오.
- 퍼텐셜이 최소가 되는 지점을 찾고 이것의 물리적 의미를 밝히시오.
- 퍼텐셜의 개략적인 그래프를 그리시오.
- 레너드-존스 퍼텐셜의 개형으로 부터 중성 원자들로 이루어진 기체를 이상기체로 근사하려면 어떤 조건을 만족해야 하는지 밝히시오.